

Klausur Nr. 2: Prädikatenlogik

Musterlösung

(1) Übersetzen Sie folgende normalsprachliche Sätze optimal strukturreich und adäquat in PL (Interpretation nicht vergessen!). (Je 2 also insgesamt 8 Punkte)

a) Karl May wird von jemandem (einem Menschen) geliebt.

D = Menge aller Menschen
a: Karl May
F²: ... liebt ---
 $\exists x F^2xa$

b) Wenn alle Gelben Säcke recycelt werden, sind einige Müllprobleme gelöst.

D = Menge aller Gelben Säcke und Müllprobleme
F¹: ... ist ein Gelber Sack
G¹: ... wird recycelt
H¹: ... ist ein Müllproblem
J¹: ... ist gelöst
 $\forall x (F^1x \rightarrow G^1x) \rightarrow \exists y (H^1y \wedge J^1y)$

c) Alle Schalke-Fans hassen alle Dortmund-Fans.

D = Menge aller Menschen
F¹: ... ist ein Schalke-Fan
G¹: ... ist ein Dortmund-Fan
H²: ... hasst ---
 $\forall x (F^1x \rightarrow \forall y (G^1y \rightarrow H^2xy))$ oder $\forall x \forall y (F^1x \wedge G^1y \rightarrow H^2xy)$

d) Jeder (Mensch), der einen Witz kennt, erzählt ihn.

D = Menge aller Menschen und Witze
F¹: ... ist ein Mensch
G¹: ... ist ein Witz
H²: ... kennt ---
J²: ... erzählt ---
 $\forall x (F^1x \rightarrow \forall y (G^1y \wedge H^2xy \rightarrow J^2xy))$ oder $\forall x \forall y (F^1x \wedge (G^1y \wedge H^2xy) \rightarrow J^2xy)$

Diese Übersetzung entspricht der natürlichen Lesart: Jeder erzählt *jeden* Witz, den er kennt, die insbesondere durch das rückbezügliche Pronomen „ihn“ nahegelegt wird.

Vielleicht kann man den Satz d) aber auch so lesen: Jeder Menschen erzählt *einen* Witz, den er kennt, falls er überhaupt einen Witz kennt. (Dazu passt das ‚ihn‘ aber nicht sehr gut.) Dann wäre eine mögliche Übersetzung:

$\forall x (F^1x \rightarrow (\exists y (G^1y \wedge H^2xy) \rightarrow \exists y ((G^1y \wedge H^2xy) \wedge J^2xy)))$.

Klausur Nr. 2: Prädikatenlogik

(2) Prüfen und weisen Sie nach, dass folgende Sätze in PL logisch wahr bzw. nicht logisch wahr sind. (Je 4 also insgesamt 12 Punkte)

a) $\forall x (F^1x \rightarrow G^2xa) \rightarrow G^2aa$

Dieser Satz ist **nicht logisch wahr**, denn er ist z.B. falsch bzgl. der folgenden Interpretation:

D = Menge der natürlichen Zahlen ohne Null

a: 1

F¹: ... ist gerade.

G²: ... ist größer als ---.

b) $\exists x \forall y F^2xy \rightarrow \forall y \exists x F^2xy$

1.	√	$\neg (\exists x \forall y F^2xy \rightarrow \forall y \exists x F^2xy)$	A
2.	√	$\exists x \forall y F^2xy$	(1)
3.	√	$\neg \forall y \exists x F^2xy$	(1)
4.	√	$\exists y \neg \exists x F^2xy$	(3)
5.		$\forall y F^2ay$	(2)
6.	√	$\neg \exists x F^2xb$	(4)
7.		$\forall x \neg F^2xb$	(6)
8.		F^2ab	(5)
9.		$\neg F^2ab$ X	(7)

Der Satz ist also **logisch wahr**.

Klausur Nr. 2: Prädikatenlogik

c) $\forall x ((F^2ax \vee G^1x) \wedge \neg G^1x) \rightarrow \forall y F^2ay$

1.	√	$\neg (\forall x ((F^2ax \vee G^1x) \wedge \neg G^1x) \rightarrow \forall y F^2ay)$	A
2.		$\forall x ((F^2ax \vee G^1x) \wedge \neg G^1x)$	(1)
3.	√	$\neg \forall y F^2ay$	(1)
4.	√	$\exists y \neg F^2ay$	(3)
5.		$\neg F^2ab$	(4)
6.	√	$(F^2ab \vee G^1b) \wedge \neg G^1b$	(2)
7.	√	$F^2ab \vee G^1b$	(6)
8.		$\neg G^1b$	(6)
9.		F^2ab X	
10.		G^1b X	(7)

Der Satz ist also **logisch wahr**.

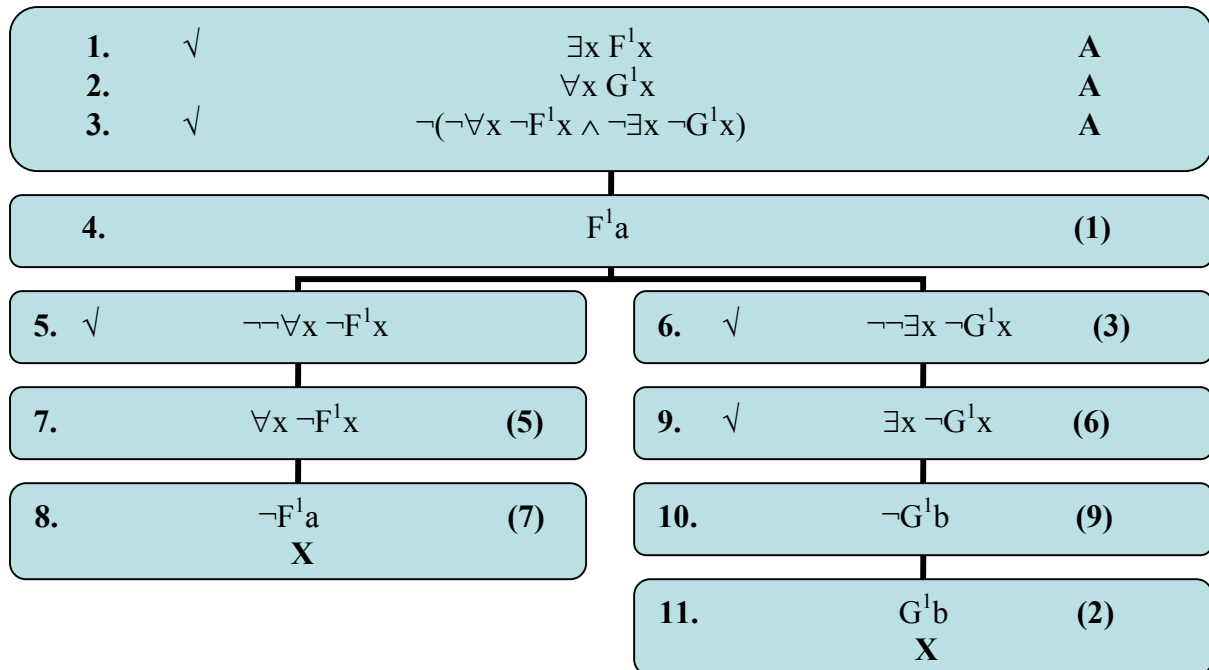
(3) Was heißt es, dass ein Satz in PL logisch wahr ist? (2 Punkte)

Ein Satz in PL ist genau dann logisch wahr, wenn sich allein aus der Bedeutung der in ihm enthaltenen logischen Zeichen ergibt, dass er bzgl. aller Interpretationen wahr ist.

Klausur Nr. 2: Prädikatenlogik

(4) Prüfen und weisen Sie nach, ob bzw. dass Satz A logisch aus den Sätzen A₁ und A₂ folgt bzw. nicht folgt. (Je 4 also insgesamt 8 Punkte)

- a) A: $\neg\forall x \neg F^1x \wedge \neg\exists x \neg G^1x$
 A₁: $\exists x F^1x$
 A₂: $\forall x G^1x$



Der Satz A **folgt** also **logisch** aus den Sätzen A₁ und A₂.

- b) A: $\exists x (F^1x \wedge G^1x)$
 A₁: $\exists x F^1x$
 A₂: $\exists x G^1x$

Der Satz A **folgt nicht logisch** aus den Sätzen A₁ und A₂, denn bzgl. der folgenden Interpretation sind A₁ und A₂ wahr, A aber falsch:

D = Menge der natürlichen Zahlen

F¹: ... ist gerade.

G¹: ... ist ungerade.

Klausur Nr. 2: Prädikatenlogik

(5) Bringen Sie folgendes Argument in Normalform, übersetzen Sie es in PL und weisen Sie seine logische Gültigkeit nach. (10 Punkte)

- (P1) Bongo ist ein Schimpanse.
- (P2) Alle Schimpansen können jedes Problem lösen.
- (P3) Es gibt zumindest ein Problem.
- (P4) Jeder Schimpanse, der ein Problem lösen kann, bekommt eine Banane.
- (K) Bongo bekommt eine Banane. (1 Pkt.)

D = Menge aller Schimpansen, Probleme und Bananen.

a: Bongo

F^1 : ... ist ein Problem

G^1 : ... ist eine Banane

H^2 : ... kann --- lösen

J^2 : ... bekommt ---

K^1 : ... ist ein Schimpanse. (2 Pkte.)

(P1) $K^1 a$

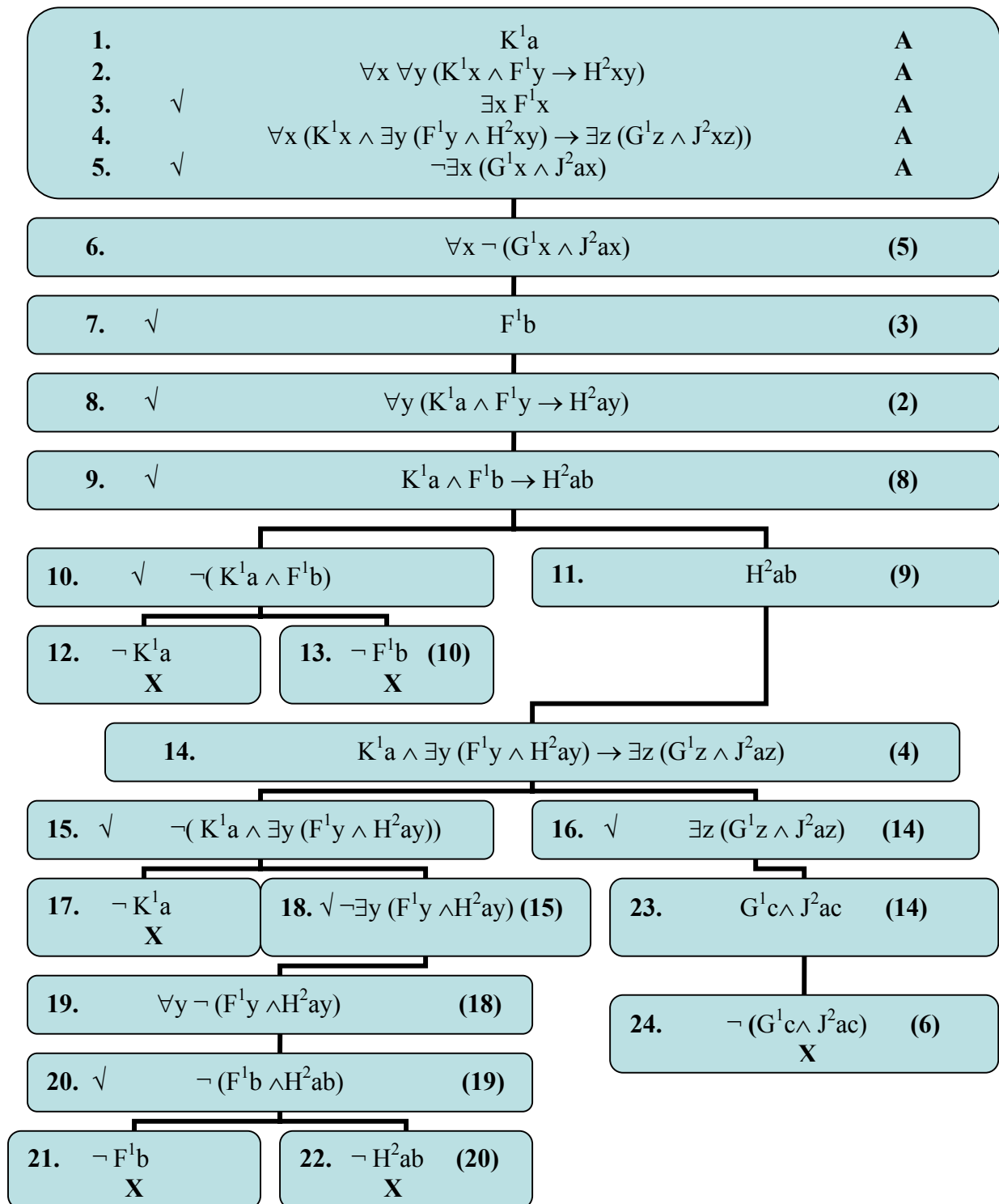
(P2) $\forall x \forall y (K^1 x \wedge F^1 y \rightarrow H^2 xy)$

(P3) $\exists x F^1 x$

(P4) $\forall x (K^1 x \wedge \exists y (F^1 y \wedge H^2 xy) \rightarrow \exists z (G^1 z \wedge J^2 xz))$

(K) $\exists x (G^1 x \wedge J^2 ax)$ (3 Pkte.)

Klausur Nr. 2: Prädikatenlogik



(4 Pkte.)